Subsecretaría de Educación Superior
Coordinación General de
Universidades Tecnológicas y Politécnicas

Universidad Tecnológica de Guaymas

Manual de Curso Propedéutico

Agosto de 2015

Área
Matemáticas

Colaboradores:

Academia de Ciencias Básicas del programa: TSU en Manufactura Aeronáutica, Área Maquinados de Precisión:

Mtra. Jessica Balderrama

Mtra. Ana Laura Mexia Salazar

Mtro. Erasto Gerónimo Ruíz Villa

Ing. Alejandro Osorio Hernández

Ing. Fabián Serafio Fragozo

Agosto de 2015

FICHA TÉCNICA

NOMBRE DE LA ASIGNATURA:	***Matemáticas***
Capacidades	***Habilidades***
Objetivo:	Reforzar las competencias básicas en álgebra, aritmética así como en lógica matemática.
Pre requisitos:	Competencias genéricas y disciplinares de la Formación de educación media superior
Duración:	20 horas.
Horas por semana:	10

CONTENIDO TEMÁTICO	***DURACIÓN (hrs.)***
Capítulo I: Los Enteros	***2***
Capítulo II: Los Racionales	***2***
Capítulo III: Operaciones con Polinomios	***8***
Capítulo IV: Resolución de Ecuaciones y Problemas	***8***

PRESENTACIÓN

El presente Manual está dirigido a todos los integrantes del curso propedéutico de Matemáticas que ofrece la ***Universidad Tecnológica de Guaymas*** como parte de su proceso de admisión a las carreras de: TSU en Manufactura Aeronáutica Área Maquinados de Precisión, TSU en Procesos Industriales Área Manufactura, T.S.U en Administración Área Administración y Evaluación de Proyectos y T.S.U en Mecatrónica Área Automatización.

El objetivo de este material es que los participantes reafirmen y/o adquieran los conocimientos mínimos y necesarios en Aritmética y Álgebra, y con ello sea más fácil su incorporación al proceso de enseñanza – aprendizaje que la UTG ofrece en cada uno de sus programas educativos. Todo lo anterior, en congruencia con los objetivos que la Universidad Tecnológica de Guaymas tiene de proporcionar una formación intensiva, combinando los estudios tanto en el aula como en el taller o laboratorio e impulsando actitudes, conocimientos y habilidades que le permitan al egresado desempeñarse profesionalmente en el mercado laboral de una manera satisfactoria.

Para esto, el presente manual está organizado de la siguiente manera:

Capítulo I: Los Enteros
Capítulo II: Los Racionales
Capítulo III: Operaciones con Polinomios
Capítulo IV: Resolución de Ecuaciones y Problemas

Para la solución de los ejercicios propuestos en cada uno de los temas, el alumno tendrá que resolverlos en un cuaderno por separado, y deberá entregarlos para su revisión con un día de anticipación a la terminación del curso.

El uso de la CALCULADORA ELECTRÓNICA es indispensable en el desarrollo del curso y se recomienda que todos los estudiantes deban usarla específicamente para:

- Concentrarse en el proceso de resolución de problemas y no en las operaciones aritméticas
- Lograr acceso a matemáticas que van más allá de cálculos aritméticos.
- Explorar, desarrollar y reforzar conceptos, incluidos la estimación, el cálculo y la aproximación.
- Experimentar con ideas y patrones matemáticos.
- Hacer cálculos con patrones de la vida real.

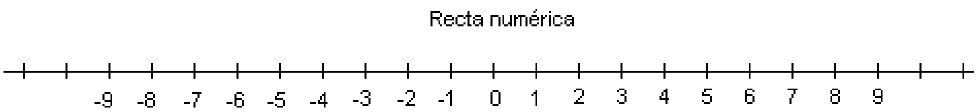
Para la acreditación del curso, por su carácter de obligatorio, se deberá contar con al menos el 85% de asistencia y observar puntualidad y responsabilidad.

El contenido de este material no cubre la totalidad de los contenidos de los programas vistos en cursos anteriores y tendrá que ser complementado con material adquirido en la preparatoria.

Capítulo 1 Los Enteros

1.1 La recta numérica

Sobre la recta numérica, como recordarás, puedes representar a todos los números enteros, tanto positivos como negativos.



Los números 1, 2, 3, 4, 5, etc., se llaman *enteros positivos* (también *naturales*) y están a la derecha del cero. Los números –1 (menos uno), -2 (menos dos), -3 (menos tres), -4, -5, etc. Se llaman *enteros negativos* y están a la izquierda del cero. El cero también es entero, pero no es positivo ni negativo.

Valor de los números

En la recta numérica el valor de los números va aumentado hacia la derecha y va disminuyendo hacia la izquierda.

Si observas a la recta numérica encontrarás que:
El 2 es mayor que 1, pues el 2 está a la derecha del 1 y se simboliza $2 > 1$.
El –6 es menor que el –2, pues el –6 está a la izquierda del –2 y se simboliza $-6 < -2$.
El –2 es mayor que el –9, pues el –2 está a la derecha del –9 y se simboliza $-2 > -9$.
El 0 es *mayor que cualquier número negativo*, pues el 0 está a la derecha de todos los negativos.
El 0 es *menor que cualquier número positivo*, pues el 0 está a la izquierda de todos los positivos.

Conclusiones:

I. Si de dos números enteros quieres saber cuál es el mayor, todo lo que tienes que hacer es localizarlos sobre la recta; el que se encuentra a la derecha será el mayor.
II. Todo número negativo será menor que cualquier positivo, pues en la recta numérica los negativos están a la izquierda de los positivos.

1.2 Restas con el simétrico

¿Recuerdas qué es el simétrico de un número?

Ejercicio.

Completa la tabla siguiente:

Número	Simétrico del número	Simétrico del simétrico del número
9		
	-12	
	8	
-21		

Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica:

Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.

1.3 Las restas y el simétrico

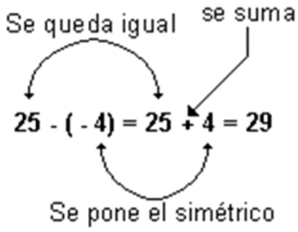
En algunos de los ejercicios que has resuelto anteriormente te has encontrado que:

$$25 - (-4) = 29$$

que es equivalente a la suma:

$$25 + 4 = 29$$

Lo anterior se debe a que la expresión – (-4) se utiliza para representar al simétrico de –4. Es decir –(-4) = 4, de ahí que:



¿Cuál es el simétrico de 5?

¿Cuál es el simétrico de –10?

Ejemplos:

Para restar 15 – 9 = 15 + (-9) = 6
Para restar 15 – (-9) = 15 + 9 =16
Para restar (-15) – 9 = (-15) + (-9) = -24
Para restar (-15) – (-9) = (-15) + 9 = - 6.
Por supuesto que en algunos casos resulta más fácil hacer la resta en forma directa.
Por ejemplo: 15 - 9 =

Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica: **Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.**

1.4 Multiplicación de enteros

En algunas ocasiones al resolver ciertos problemas, debemos de realizar sumas en las que un mismo número aparece varias veces. Por ejemplo: Una persona tiene que ir de la ciudad "A" a la ciudad "B" y regresarse de nuevo a la ciudad "A". La distancia entre las dos ciudades es de 125 km. Si la persona tiene que hacer el viaje en cinco ocasiones al mes, ¿qué kilometraje tiene que recorrer la persona mensualmente?

Una manera de resolver el problema es sumar los kilómetros entre las dos ciudades, esto es:

$$\underbrace{125 \quad 125 \quad \ldots \quad 125}_{10 veces} \quad 1250 \quad \longrightarrow \quad (1)$$

La multiplicación es una operación que simplifica este tipo de sumas: la expresión (1) se puede escribir como: 125 x 10 = 1250

Para la multiplicación de números negativos sucede algo similar.
Por ejemplo: (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15
Es decir: 5 veces (-3) es igual a –15, o sea, 5X (-3) = -15.
Cuando el primer factor es negativo, por ejemplo, ¿qué significa (-3) X 5?
Diremos que (-3) X 5 significa sumar 3 veces el simétrico de 5, es decir:

$$(-3) \text{ X } 5 = (-5) + (-5) + (-5) = 3 \text{ X } (-5) = -15$$

De la misma manera:
(-4) X (-3) significa sumar 4 veces el simétrico de –3. Es decir:

$$(-4) \text{ X } (-3) = 3 + 3 + 3 + 3 = 4 \text{ X } 3 = 12.$$

Así pues:

$$6 \text{ X } 5 = 30$$
$$6 \text{ X } (-5) = -30$$
$$(-6) \text{ X } 5 = 6 \text{ X } (-5) = -30$$
$$(-6) \text{ X } (-5) = 6 \text{ X } 5 = 30$$

Por lo que podemos llegar a la siguiente:

Conclusión:
Para multiplicar enteros:

Si los enteros son de igual signo (los dos positivos o los dos negativos), se multiplican sus valores absolutos. El resultado es un entero positivo.

Y si los enteros son de diferente signos (uno positivo y el otro negativo, o bien, uno negativo y el otro positivo), se multiplican sus valores absolutos. El resultado es un entero negativo.

1.5 Potenciación

Como recordarás, los exponentes se utilizan para representar la multiplicación repetida de un número por si mismo. Por ejemplo:

$$\underbrace{3 \quad 3 \quad 3 \quad 3}_{4\ \textit{factores}} \quad 81$$

Esta se puede simplificar de la siguiente manera

$$3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 = 3^4 = 81$$

En la expresión $3^4 = 81$, al número 3 se le llama la base de la potencia, el 4 es el exponente y el 81 es la potencia, es decir, 81 es la cuarta potencia del número 3.

Si aplicamos los conocimientos obtenidos de la multiplicación de enteros, podemos realizar las siguientes operaciones:

$5^3 \quad 5^4 \quad \underline{5\text{x}5\text{x}5} \text{ x } \underline{5\text{x}5\text{x}5\text{x}5} = 5^7 = 78125.$

$(-3)^2 \text{ x } (-3)^3 = (-3)^5 = -243$

$(7^2)^3 \quad (7^2) \text{ x } (7^2) \text{ x } (7^2) = 7^{2\text{x}3} = 7^6 = 1176$

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS	
Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2015
Capítulo I:	Los Enteros
Evidencia:	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.
Nombre del participante:	

Ejercicios:

1. Encuentra el resultado de cada una de las siguientes multiplicaciones:
   a) 8 (-4) (-3)/-6 =
   b) 5*4 (-12)+5(-3) =
   c) (-8) (-15)*(13) (-1) =

2. Un alumno que tiene 5 clases al día requiere de 45 minutos para preparar cada lección. ¿Cuánto tiempo por día debe dedicar al estudio?

3. Resuelve cada una de las siguientes operaciones:

   a) (12+4)*(3–15) =
   b) (-5)(-8) – (-5)(7) =

4. Encuentra el resultado de cada una de las siguientes operaciones.

a. (-5)5 =

b. (-3)4 + (22)3 =

c. (62)3 - (23)2 =

d. (2)+ (23) -(22) =

e. -(73) (-4)2 =

f. -(-8)3 *(-62)4 =

g. (-3)2(2)4/(-82)2 =

Notación Científica

En la Astronomía, la Física, la Biología, el azar, etc., es común encontrarse con cantidades extremadamente grandes o pequeñas, por ejemplo, un **Año luz**, es la unidad de longitud empleada en astronomía para medir grandes distancias. Es igual a la distancia recorrida por la luz en un año solar medio. Tomando para la velocidad de la luz un valor de 300 000 km/s, un año luz equivale en números redondos a 9.461×10^{12} km o sea 9, 461, 000, 000,000 km. Otros ejemplos:

La estrella más cercana al Sol está a 4,3 años luz (4.068144 10^{13} Km)

El tamaño promedio de una ameba es de 2.5 10^{-2} mm = 0.025 mm

La probabilidad de que un alumno conteste al azar correctamente 7 preguntas de 5 opciones distintas cada una de un examen que contiene 10 preguntas es igual a 7.86432 10^{-4} = 0.000786432.

La probabilidad de que una persona gane el primer premio en un sorteo de *Melate* (con 6 combinaciones) es igual a $\frac{1}{10737573}$ 0.000000093 = 9.3 10^{-8}

Ejercicios.

1. Completa la siguiente tabla:

NÚMERO	NOTACIÓN CIENTÍFICA	NOTACIÓN CIENTÍFICA	NÚMERO
58000000	5.8 10^{7}	6.03 10^{6}	6030000
9 840000000000		1.251 10^{4}	
12541000		7.051 10^{12}	
8149000000000000		3.24 10^{2}	
701200		8.421 10^{10}	
15941000000		6.05 10^{-5}	0.0000605
0.00045	4.5 10^{-4}	3.1 10^{-1}	
0.00000781		8.5 10^{-9}	
0.000000000621		2.4165 10^{-12}	
0.41		6.1 10^{-2}	
0.00783		9.03 10^{-10}	

Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica:

Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.

Capítulo 2 Los racionales

Los racionales son todos aquellos números que se pueden representar como fracciones de números enteros de tal manera que el denominador debe de ser distinto de cero. Por ejemplo: $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{31}{27}$, etc. En este capítulo recordarás las operaciones fundamentales con las fracciones (quebrados), que es una de las representaciones de los números racionales.

Dicho de otra manera, un racional es aquel que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde **a** y **b** son enteros, con **b** $\neq 0$.

Cada entero es un número racional porque se puede escribir como el cociente de enteros.

Por ejemplo, $5 = \frac{5}{1}$

Sin embargo, no todos los números racionales son enteros. En efecto, $\frac{2}{3}$ y - $\frac{3}{4}$ son ejemplos de números racionales (fracciones) que no corresponden a enteros.

Todo numero racional se puede escribir en forma decimal. A veces, el resultado es un decimal exacto, como:

$$\frac{3}{4} = 0.75 \qquad \frac{7}{8} = 0.875 \qquad \frac{23}{10} = 2.3$$

Otros números racionales producen un decimal periódico:

$$\frac{2}{3} = 0.666\ldots \qquad \frac{19}{22} = 0.86363\ldots \qquad \frac{3}{7} = 0.428571428571\ldots$$

Habitualmente, se coloca una barra encima del conjunto de dígitos que se repiten, de modo que los ejemplos anteriores, se pueden escribir:

$$\frac{2}{3} = \underline{0.6} \qquad \frac{19}{22} = \underline{0.863} \quad \frac{3}{7} = \underline{0.428571}$$

2.1 Operaciones con Fracciones

Suma y resta

Para sumar o restar a las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ se utilizan los siguientes algoritmos:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

Ejemplos:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{7} = \frac{4x7+5x2}{5x7} = \frac{28+10}{35} = \frac{38}{35}$$

$$\frac{7}{3} - \frac{5}{9} = \frac{7x9-3x5}{3x9} = \frac{63-15}{27} = \frac{48}{27} = \frac{16}{9}$$

Multiplicación y división

Para multiplicar fracciones, se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador de la manera siguiente: $\frac{a}{b}$ x $\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Para dividir se multiplica cruzado: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

Ejemplos:

$$\frac{4}{5} \text{ x } \frac{2}{7} = \frac{8}{35}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS

Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2014
Capítulo II:	Los Racionales
Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica:	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos
Nombre del participante:	

Ejercicios

1. Anota en el espacio correspondiente el símbolo >, < ó = según sea el caso.

a) $\frac{5}{6}$ [   ] $\frac{3}{2}$

b) $\frac{14}{16}$ [   ] $\frac{21}{24}$

c) $\frac{11}{12}$ [   ] $\frac{13}{4}$

2. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones.

a) $8/7 + 3/2 =$

b) $5/8 \div 7/16 =$

c) $3/4 - 2 =$

d) $(7/8 - 3/5) \text{ X } (6/9 + 1) =$

e) $-7/12 \text{ X } 24 =$

f) $5 \div 5/4 =$

2.2 Cálculo del por ciento

Es muy común escuchar o leer en los medios de comunicación, en los camiones, escuelas, etc, oraciones como éstas:

- Reprobaron un 22 por ciento (22 %) de los alumnos.
- El 52 por ciento (52 %) de los electores prefieren a determinada persona como gobernador.
- En los últimos 8 años el precio de los automóviles aumentó en un 308 %, etc.

En todas ellas se habla de por ciento. En esta sección vamos a recordar que son y como se calculan.

Tomar el 25 % de una cantidad significa tomar los $\frac{25}{100}$ partes de dicha cantidad. Esto es:

$$25\% \text{ de } 400 = \frac{25}{100}\quad 400 \quad \frac{25 \quad 400}{100} \quad 100$$

$$22\% \text{ de } 1350 = \frac{22}{100}\ 1350 \quad 297$$

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS

Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2014
Capítulo II:	Los Racionales
Evidencia	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos
Nombre del participante:	

Ejercicios:

1) La piscina de un chalet dispone de dos entradas de agua para su llenado. Si solo se usa la primera, la piscina tarda 5 horas en llenarse. Si solo se usa la segunda tarda 3 horas. ¿Cuánto tardara en llenarse con los dos grifos abiertos a la vez?

2) El aire presiona sobre cada cm^2 de la superficie terrestre con la fuerza de 1 kg. Si la superficie del planeta es de unos 510 millones de km^2, ¿Cuánto pesa la atmosfera? Si el planeta pesa unas $6 \bullet 10^{21}$ Tm, ¿Cuántas veces es más pesado el planeta que la atmosfera?

3) El ayuntamiento de una ciudad vende 1/3 de un solar a una empresa constructora y ¾ del resto a otra, quedando aun 5 Ha sin vender. ¿Qué superficie tiene el solar?

4) Si la población actual es de 95 millones de mexicanos y aumentará 3% este año, ¿cuántos mexicanos nacerán en el transcurso de este año?

5) Compré un equipo modular en cierta tienda y el precio de lista era de $3600.00. Si me hicieron un 15% de descuento, ¿cuánto pagué?

6) En una ferretería el precio de un taladro es de $1 200.00, ofrecen un 20% de descuento, pero se cobra el 15% de IVA sobre el precio real de venta. ¿Cuál es el precio del taladro?

7) El dueño de la ferretería dice: "como le descuento el 20% y usted tiene que pagar el 15% de impuestos, mejor calculo el 5% y eso es lo que resto a los $1 200.00, ¿conviene su oferta?

8) Una tienda comercial ofrece una marca de televisor con un descuento del 15% en su precio. Una persona decide comprar uno y caja paga $3 047.25. ¿Cuál es el precio del televisor sin el descuento?

9) ¿Qué interés produce un capital de $45 000.00, durante 6 años al 15% anual? (Cada año, quien debe el capital, paga los intereses correspondientes al año transcurrido.

10) ¿Cuál es el capital que colocado en un banco al 5% de interés anual produce $3 000.00?

11) Un vendedor de ropa recibe el 20% de comisión, sobre el total de las ventas que realice. Calcular la comisión que le corresponde por las ventas que hizo en los últimos tres días.

12) En una librería, el precio de lista de un libro es de $245.00. Como te hacen un tanto por ciento de descuento, te cobran sólo $208.25. ¿Cuál fue % de descuento?

13) El Sr. Martínez le pidió prestados $15 000.00 a un amigo suyo. Si a la fecha le ha pagado $11 200.00. ¿Qué porcentaje del total, le debe aún?

Capítulo 3 Sintaxis algebraica: Operaciones con polinomios

3.1 Por qué estudiar álgebra. Expresiones algebraicas

Álgebra: Es la rama de la matemáticas que estudia la cantidad considerada del modo más general posible. El álgebra, más que cualquier otra parte de las matemáticas, representa la transición entre la aritmética y la geometría elementales de la primaria y la secundaria y las matemáticas de grados superiores. Casi todas las matemáticas de la preparatoria y de la universidad requieren del lenguaje del álgebra para modelar situaciones y resolver problemas, así como para expresar conceptos y operar con ellos en niveles cada vez más abstractos.

Expresión algebraica: Es la representación de un símbolo algebraico o de unas o más operaciones algebraicas.
Ejemplos: $a, 5x, \sqrt{4a}, (a \quad b)c, \frac{(5x \quad 3y)\, a}{x^2}$

Término Algebraico: es una expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios símbolos **no separados entre sí por el signo + ó**. Así **a, 3b, 2xy,** $\frac{4a}{3x}$ son términos algebraicos.

Los elementos de un término son cuatro: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.

El grado de un término puede ser de dos clases**: absoluto** y con **relación a una letra**
Grado absoluto de un término es la **suma de los exponentes de sus factores literales.** Así, el término $4a$ es de **primer grado** por que el exponente de la parte literal **a** es 1; el término ab es de **segundo grado** porque la suma de los exponentes de sus factores literales es 1 + 1 =2; el término a^2b es de ***tercer* grado** porque la suma de los exponentes de sus factores literales es 2 + 1 = 3.
El **grado** de un término **con relación a una letra** es el exponente de dicha letra**:** Así, el término bx^3 es de **primer grado** con relación a **b** y de **tercer grado** con relación a **x.** $4x^2y^4$ es de **segundo grado** con relación a x y de cuarto grado con relación a y **.**

3.2 Clasificación de las expresiones algebraicas

Monomio es una expresión algebraica, que consta de un solo término, como: $3a,\ 5b, \frac{x^2y}{4n^3}$

Polinomio es una expresión algebraica que consta de más de un término: $a + b$, $a+x-y$, x^3+2x^2+x+7.

Binomio es un polinomio que consta de dos términos, como: $a \quad b, x \quad y, \frac{a^2}{3} \quad \frac{5mx^4}{6b^2}$

Trinomio es un polinomio que consta de tres términos, como: $a+b+c$, x^2-5x+6, $5x^2-6y^3+\frac{a^2}{3}$

3.3 Grado de un polinomio.

El grado de un polinomio lo determina el término de mayor grado del polinomio. Por ejemplo
El polinomio: 5x2 – **3x3** + 2x –2, es de tercer grado.
El polinomio: 4xy2 – 5x2y + 7**x4y3**, es de **cuarto** grado con respecto a la variable **x**; de **tercer** grado con respecto a la variable **y** o de **séptimo** grado absoluto.

3.4 Operaciones con expresiones algebraicas

Reducción de términos semejantes
Se llaman términos semejantes a dos o más términos algebraicos que tienen exactamente igual su parte literal.

La reducción o agrupación de términos semejantes consiste en la simplificación de términos algebraicos con la misma parte literal mediante sumas o restas de sus coeficientes.

Ejemplos:
Reduce términos semejantes:
$5x + 7y - 8z - 4x - 3y + 5z = (5 - 4)\,x + (7 - 3)\,y + (-8 + 5)\,z = x + 4y - 3z$

$-12f^2g^3 + 10f^3g^2 - 3f^2g^3 - 11f^3g^2 + 1 = -15f^2g^3 - f^3g^2 + 1$

3.5 Productos notables

Productos Notables: Son productos que aparecen con mucha frecuencia y destacan entre otros productos. Cumplen con ciertas características y su resultado puede ser obtenido con una regla en forma directa, es decir, por simple inspección y sin tener que realizar la multiplicación.

Binomio al cuadrado: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

El cuadrado de la suma de 2 términos es igual:
Cuadrado del primer término más o menos
el doble producto del primer término por el segundo más
el cuadrado del segundo término.
La solución de un binomio al cuadrado es un *trinomio cuadrado perfecto*.

Ejemplo:

i) $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)\,(-3y) + (3y)^2$

$= 4x^2 - 12xy + 9y^2$

Binomios Conjugados:

La multiplicación de la suma de dos números (a + b) por su diferencia (a – b) es un producto notable que recibe el nombre de binomios conjugados, su producto recibe el nombre de *diferencia de cuadrados*.

Los binomios conjugados son $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

Iguales a:

El cuadrado del primer término del binomio menos el cuadrado del segundo término del binomio

Ejemplos:

$(2x + 3y)\,(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2$

$= 4x^2 - 9y^2$

$(4a^2 + 5b)\,(4a^2 - 5b) = (4a^2)^2 - (5b)^4$

$= 16a^4 - 25b^4$

Binomio al cubo:

Es un producto notable ya que podemos generalizar el proceso para su solución. Esto significa que el binomio está multiplicándose por sí mismo tres veces.

El cubo de una suma: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3a b^2 + b^3$

el cubo del primer término, más
el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más
el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo, más
el cubo del segundo término.

El cubo de una diferencia: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3a b^2 - b^3$

el cubo del primer término, menos
el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más
el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo, menos
el cubo del segundo término.

Ejemplos:

$(2x + y)^3 = (2x)^3 + 3 (2x)^2 (y) + 3 (2x) (y^2) + (y)^3$

$= 8x^3 + 12x^2 y + 6x y^2 + y^3$

$(3a - 2b)^3 = (3a)^3 + 3 (3a)^2 (-2b) + 3 (3a) (-2b)^2 + (-2b)^3$

$= 27a^3 - 54a^2 b + 36a b^2 - 8b^3$

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS	
Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2014
Capítulo III:	Sintaxis Algebraica: Operaciones con polinomios.
Evidencia	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución d e los ejercicios aquí planteados.
Nombre del participante:	

A. Encuentra directamente el producto de los siguientes binomios:

1. $(1/2x^2 + 1/4y^2)^2 =$
2. $(4a^3b^2)^2 =$
3. $(6x^3 + y^2)^2 =$
4. $(x - 1)^2 =$
5. $(7x^4 + 4y)^2 =$
6. $(a + 2b^3)^2 =$
7. $(1/4a - 1/6b)^2 =$
8. $(x^2 + 1/2y)^2 =$

B. Descomponer en factores las siguientes expresiones:

1. $a^2-2ab+b^2$
2. $a^2+2ab+b^2$
3. x^2-2x+1
4. y^4+1+2y^2
5. $9-6x+x^2$
6. $16+40x^2+25x^4$
7. $a^{2/4} - ab+b^2$
8. $1+a^{10}-2a^5$

C. Dividir:

1. $3x^2 + 2x - 8$ entre $x + 2$
2. $a^2 + 2a - 3$ entre $a + 3$
3. $a^4 - a^2 - 2a - 1$ entre $a^2 + a + 1$
4. $x^5 + 12x^2 - 5x$ entre $x^2 - 2x + 5$

D. Encuentra directamente el producto de los siguientes binomios:

1. $(5x^3 + 3y^3)^2 =$

2. $(3/5y^3 - 4/3)^2$

3. $(5x^3 + 3y^2)^2 =$

4. $(x - 1)^2 =$

5. $(5x^3 + 3)^2 =$

6. $(a + 2b^3)^2 =$

7. $(8 - 3a)^2 =$

8. $(x^2 + 1/2y)^2$

9. $(x + 1)^2 =$

10. $(xy - 2)^2 =$

11. $(2a^2b^3 + 3x^3y)^2 =$

12. $(t + 8)^2 =$

13. $(\frac{1}{5}x + \frac{2}{3})^2 =$

14. $(m + 3)^2 =$

15. $(x^3 - 5/7\, y^2)^2 =$

16. $(x + 1/2y)^2 =$

Capítulo 4 Sintaxis algebraica: Resolución de ecuaciones y problemas

Ecuaciones e incógnitas

Resolvamos al siguiente problema:

Una persona tiene tres sacos con naranjas. El primero tiene 12 naranjas más que el segundo y el tercero contiene 13 naranjas menos que el tercero. ¿Cuántas naranjas hay en cada saco si en total se tienen 125 naranjas?

¿Puedes resolver el problema?

Una forma de buscar la solución podría ser al tanteo. Encuentra la solución con ayuda de tus compañeros.

Con ayuda del álgebra también es posible obtener la respuesta. No todos los problemas a los que nos enfrentamos se pueden resolver con métodos de tanteo.

Tratemos de resolverlo algebraicamente.

Respondamos a las siguientes preguntas.

> ¿Qué cantidades son conocidas en el problema?. Anótalas
>
> ¿Qué cantidades se desconocen? Anótalas.
>
> ¿Qué relación existe entre las cantidades conocidas y las desconocidas? Escribe las relaciones que encuentres.
>
> ¿Algunas de las cantidades desconocidas depende de otra cantidad desconocida?
>
> ¿Qué expresión algebraica relaciona a las cantidades desconocidas y conocidas que aparecen en el problema? Escríbela.

Analiza y discute con tus compañeros lo que obtuviste y obtén la solución. ¿Es la misma que la que obtuviste al tanteo?

Seguramente llegaste a una expresión como la siguiente:

$$(x \quad 12) \quad x \qquad (x \quad 12 \quad 13) \quad 125$$

Recordando lo que aprendimos en la preparatoria y en la secundaria a la igualdad anterior le llamamos *ecuación de primer grado con una incógnita o ecuación lineal de una variable*.

A la **x** se le llama la *incógnita* y representa al total de naranjas que hay en el segundo saco.

($x + 12$) es el total de naranjas que hay en el primer saco la expresión ($x + 12 - 13$) representa al total de naranjas que hay en el tercer saco y 125 es el total de naranjas que hay en los tres sacos.

Existen dos tipos de igualdades algebraicas: Las *ecuaciones* y las *identidades*

Las siguientes son ecuaciones

$$3x - 10 = 2, \quad 5x - 2y + 8 = 10, \qquad 3x^2 - 5x - 28 = 0, \qquad \frac{a \quad 4}{5} \quad 3 \quad \frac{5}{6}a \quad \frac{1}{2}$$

Ejemplos de identidades:

$$4m - 16 = 4(m - 4), \qquad \frac{2}{3}x \quad 5 \quad \frac{2x \quad 15}{3}, \qquad 3x^2(2x - 6) + 1 = 6x^3 - 18x^2 + 1, \qquad 2x \quad 3y \quad z \quad \frac{6x \quad 9y \quad 2z}{3}$$

En ambos grupos de igualdades aparecen las incógnitas, sin embargo, en las ecuaciones la igualdad se cumple únicamente para cierto o ciertos valores de la variable, por ejemplo:

La expresión $3x - 10 = 2$ es válida únicamente para $x = 4$ (verifícalo), si $x = 3$ la igualdad no se cumple ya que 3(3) – 10 = 9 – 10 = -1. En el caso de las identidades la igualdad se cumple para cualquier valor de la incógnita o de las incógnitas. Por ejemplo:

La igualdad: $\frac{2}{3}x \quad 5 \quad \frac{2x \quad 15}{3}$ es válida para cualquier valor de x. Asigna varios valores a x y verifica los resultados.

Completa la siguiente tabla:

X	$\frac{2}{3}x \quad 5$	$\frac{2x \quad 15}{3}$
-4		
0		
2		
3.5		
-3		

Este capítulo lo dedicaremos a resolver ecuaciones lineales de una y dos variables, que se conocen comúnmente como ecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas y que se pueden representar de cualquiera de las siguientes formas:

a) $ax = b$

b) $\frac{x}{a} \quad b$

c) $\frac{ax}{b} \quad c$

d) $ax + b = c$

e) $ax + b = cx + d$

f) $ax + by = c$, *en donde a, b, c y d son números reales.*

Las primeras cinco son ecuaciones lineales de una variable y la última es de dos variables. También recordaremos algunos despejes elementales de fórmulas.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita recordaremos las reglas elementales para el despeje de una variable:

$x + a = b \quad \Rightarrow \quad x = b - a$

$x - a = b \quad \Rightarrow \quad x = b + a$

$ax = b \quad \Rightarrow \quad x = \frac{b}{a}$

$\frac{x}{a} \quad b \quad \Rightarrow \quad x = ba$

Ejemplos:

Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $8 - 3x = 2x + 5$

$-3x - 2x = 5 - 8$

$-5x = -3$

$x = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5}$

$x = \frac{3}{5}$

b) $-3(2x - 2) = 5 + 3(4x - 1)$

$-6x + 6 = 5 + 12x - 3$

$-6x + 6 = 12x + 2$

$-6x - 12x = 2 - 6$

$-18x = -4$

$x \quad \frac{4}{18} \quad \frac{4}{18} \quad \frac{2}{9}$

$x \quad \frac{2}{9}$

c) $\frac{x}{6} \quad 5 \quad \frac{1}{3} \quad x$

$\frac{x \quad 30}{6} \quad \frac{1 \quad 3x}{3}$

$3(x + 30) = 6(1 - 3x)$

$3x + 90 = 6 - 18x$

$3x + 18x = 6 - 90$

$21x = -84$

$x \quad \frac{84}{21}$

$x = -4$

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS

Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2014
Capítulo IV:	Sintaxis Algebraica: Resolución de Ecuaciones y Problemas.
Evidencia:	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.
Nombre del participante:	

Ejercicios

I. Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $3x = 24$

2) $7 - 2x = 13$

3) $7x - 10 = 9x + 12$

4) $3(2x - 4) + 2 = 5x - 8$

5) $9 - 2(x + 3) = 3x - 10$

6) $5 + 4(3 - 2x) = 3 - 4(x + 1) - 3x$

7) $5x - 2 = 2x + 1$

8) $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 18x$

9) $(x - 5)(x + 2) = (x + 3)^2$

10) $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$

11) $3x + 2y = 5$
$X + Y = 2$

12) $2x + 6y = 22$
$3x + 5y = 21$

13) $7a - 3b = 16$
$-2a - 5b = -28$

14) $7/2m + 2/5n = 10/3$
$3/2m + 5/2n = 8/4$

15) $4x + 9y = 2x + 3$

16) $6x - 7y = 2(x + 2y) = 5$

Ejercicio II: Resuelve lo siguiente:

1. En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50, si las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?
2. En la granja se han envasado 300 litros de leche en 120 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?
3. En mi clase están 35 alumnos. Nos han regalado por nuestro buen comportamiento 2 bolígrafos a cada chica y un cuaderno a cada chico. Si en total han sido 55 regalos, ¿cuántos chicos y chicas están en mi clase?
4. El día del estreno de una película se vendieron 600 entradas y se recaudaron 196.250 pesos. Si los adultos pagaban 400 pesos y los niños 150 pesos ¿Cuál es el número de adultos y niños que acudieron?
5. En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a 800 pesos y otros a 1200 pesos con los que han obtenido 19.200 ptas. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?
6. Un rectángulo tiene un perímetro de 392 metros. Calcula sus dimensiones sabiendo que mide 52 metros más de largo que de ancho.
7. Un rectángulo mide 40 m2 de área y 26 metros de perímetro. Calcula sus dimensiones. Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre los dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?
8. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de $156 por 20 l de leche, 7 kg de jamón y 15 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litris de aceite más 4 litros de leche.
9. Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:

El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.

El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más del 60% de las de terror al representan la mitad del total de las películas.

Hay 100 películas más del oeste que de infantiles.

Halla el número de películas de cada tipo.

10.Los lados de un triángulo miden 26, 28 y 34 cm. Con centro en cada vértice se dibujan tres de conferencias, tangente entre sí dos a dos. Calcular las longitudes de los radios de las circunferencias.

11.- Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre los dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?

12. Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?

13. Determinar tres números consecutivos que suman 444.

14. Determinar un número que sumado con su mitad y su tercera parte de 55.

15. Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno, si dentro de 9 años la suma de sus edades será 84 años?

16. Necesitamos repartir 27 naranjas en dos cajas de forma que en la primera haya 3 más que en la segunda. ¿Cuántas naranjas habrá en cada caja?

17. Después de gastar las 4/7 partes de un depósito quedan 78 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

PROBLEMAS APLICADOS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

El tirador afamado

Por presumir de certero
un tirador atrevido
se encontró comprometido
en el lance que os refiero:

Y fue, que ante una caseta
de la feria del lugar
presumió de no fallar
ni un tiro con la escopeta,

y el feriante alzando el gallo
un duro ofreció pagarle
por cada acierto y cobrarle
a tres pesetas el fallo.

Dieciséis veces tiró
el tirador afamado
al fin dijo, despechado
por los tiros que falló:

"Mala escopeta fue el cebo
y la causa de mi afrenta
pero ajustada la cuenta
ni me debes ni te debo".

Y todo el que atentamente
este relato siguió
podrá decir fácilmente
cuántos tiros acertó.

Rafael Rodríguez Vidal*. Enjambre matemático*

Ejercicio III. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$3X + 2Y = 1$
$5X + 2Y = 2$

$5X – 3Y = 1$
$2X + 3Y = 9$

$2X- Y = 6$
$3X + 2Y = 4$

Despeje de Fórmulas

Las fórmulas son de gran utilidad porque en ellas expresamos una ley ó principio general por medio de símbolos o letras. De las fórmulas más conocidas tenemos las de uso geométrico, físico, químico, entre otras.

Por ejemplo, para calcular el área de un triángulo: **A= (bxh) / 2,** donde **A** es el área del triángulo, **b** representa la medida de la base y **h** la medida de la altura.
La fórmula que se utiliza para convertir grados Fahrenheit (**°F**) a grados centígrados (°C) es: °**C = 5/9 (°F - 32)**. Sin embargo, si queremos determinar la longitud de la altura **(h)** de un triángulo conociendo su área y la longitud de su base, tenemos que despejar la variable h de la fórmula que nos permite calcular el área de un triángulo:

A= (bxh) / 2, asi despejando **h** tenemos:

h= 2A /b

De igual manera si deseamos conocer los **°F** conociendo el °C, tenemos:
°F = (9/5) °**C + 32**

DESARROLLO DE PRÁCTICA / EJERCICIOS	
Asignatura:	Matemáticas
Fecha:	Agosto de 2014
Capítulo IV:	Sintaxis Algebraica: Resolución de Ecuaciones y Problemas.
Evidencia:	Se expondrá en el pizarrón por parte de los equipos conformados, la solución de los ejercicios aquí planteados.
Nombre del participante:	

Ejercicios:

I. Realiza el despeje solicitado en las siguientes fórmulas:

Fórmula:	**Variable a despejar:**
A. $D = vt$	t
B. $V = v_o - at$	t
C. $S_1 = 180°(n-2)$	n
D. $A = \Pi r^2$	r
E. $A = h\left(\frac{B+b}{2}\right)$	h, B, b
F. $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$	R_1
G. $a^2 + b^2 = c^2$	a,c
H. $Vm = (Vo + V) / 2$	Vo
I. $(1/3)\, b\, h = (1/3)\, \Pi r^2 h$	r
J. $ax^2 + bx + c = 0$	x

REFERENCIAS.

Este manual es el resultado de la revisión y actualización del Manual correspondiente al curso propedéutico desarrollado en Agosto de 2014.

BIBLIOGRAFÌA

1.- Sada García, María Teresa. Álgebra
Colección Degeti
Editorial: cfe.
Segunda Edición.

2.- Baldor A. Álgebra
Publicaciones Cultural
Décimo Primera Impresión.

3.- Yakov Isidorovich Perelman. Aritmética Recreativa
http://www.sectormatematica.cl/libros.htm

4 Balbontín Clara y colaborador. Las cuatro operaciones con fracciones.
http://www.sectormatematica.cl/libros.htm

5.- Schokowsy, Earl. Algebra con trigonometría
Mc.Graw Hill

6.- Silva, Lazo. Fundamentos de matemáticas.
LIMUSA

7.- Dpto. de Matemáticas y Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Magallanes. Algebra.
http:www.sectormatematica.cl/libros.htm

8.- Carlos Ivorra. Lógica y teoría de conjuntos
http:www.sectormatematica.cl/libros.htm

9.- Chávez Calderón. Compendio de Lógica
Puiblicaciones Cultural
Primera Edición.